Sammanfattning KAPITEL 1

Bråkform

$\frac{3}{11}$ och $\frac{11}{3}$ är exempel på tal skrivna i *bråkform*.

$\frac{3}{11}$ — täljare, bråkstreck, nämnare

Blandad form

Bråket $\frac{11}{3}$ skrivs i *blandad form* som $3\frac{2}{3}$.

Decimalform

Ett tal i bråkform kan skrivas i *decimalform* genom att *täljaren* divideras med *nämnaren*.

Följande samband mellan bråkform och decimalform är viktiga att kunna utantill:

$\frac{1}{1} = 1$	$\frac{2}{3} \approx 0{,}67$	$\frac{1}{2} = 0{,}5$
$\frac{1}{3} \approx 0{,}33$	$\frac{1}{4} = 0{,}25$	$\frac{1}{5} = 0{,}2$
$\frac{1}{10} = 0{,}1$	$\frac{1}{100} = 0{,}01$	$\frac{1}{1\,000} = 0{,}001$

Förkortning och enklaste form

Bråket $\frac{10}{15}$ kan *förkortas*. Det innebär att täljare och nämnare divideras med samma tal, i det här fallet med 5. När nämnaren är så liten som möjligt, säger man att bråket är skrivet i *enklaste form*.

$\frac{10}{15} = \frac{10/5}{15/5} = \frac{2}{3}$

Förlängning

När man *förlänger* ett bråk så multiplicerar man täljare och nämnare med samma tal.

Minsta gemensam nämnare

För att kunna jämföra bråken $\frac{3}{8}$ och $\frac{5}{12}$ kan vi skriva bråken med samma nämnare. Den nämnare vi väljer är 24, vilket är den *minsta gemensamma nämnaren* (MGN).

Vi förlänger $\frac{3}{8}$ med 3 och får då:

$\frac{3 \cdot 3}{8 \cdot 3} = \frac{9}{24}$.

Vi förlänger $\frac{5}{12}$ med 2 och får då:

$\frac{5}{12} = \frac{5 \cdot 2}{12 \cdot 2} = \frac{10}{24}$.

Vi ser att $\frac{5}{12}$ är ett större tal än $\frac{3}{8}$.

Addition och subtraktion av bråk

När man adderar och subtraherar bråk med olika nämnare kan man börja med att skriva bråken med samma nämnare, till exempel den minsta gemensamma nämnaren (MGN).

$\frac{5}{9} + \frac{2}{3} = \frac{5}{9} + \frac{2 \cdot 3}{3 \cdot 3} = \frac{5}{9} + \frac{6}{9} = \frac{11}{9} = 1\frac{2}{9}$

MGN: 9

$\frac{3}{4} - \frac{2}{3} = \frac{3 \cdot 3}{4 \cdot 3} - \frac{2 \cdot 4}{3 \cdot 4} = \frac{9}{12} - \frac{8}{12} = \frac{1}{12}$

MGN: 12

Multiplikation av bråk

När man multiplicerar bråk så multiplicerar man täljarna för sig och nämnarna för sig.

$\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{5} = \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 5} = \frac{3}{10}$

$3 \cdot \frac{3}{4} = \frac{3}{1} \cdot \frac{3}{4} = \frac{3 \cdot 3}{1 \cdot 4} = \frac{9}{4} = 2\frac{1}{4}$

Division av bråk

En metod vid division av bråk är att börja med att skriva bråken med samma nämnare.

$\frac{1}{2} \Big/ \frac{1}{8} = \frac{4}{8} \Big/ \frac{1}{8} = \frac{4}{1} = 4$

$\frac{1}{2} \Big/ \frac{3}{8} = \frac{4}{8} \Big/ \frac{3}{8} = \frac{4}{3} = 1\frac{1}{3}$

$\frac{3}{5} \Big/ 2 = \frac{3}{5} \Big/ \frac{10}{5} = \frac{3}{10}$

$2 \Big/ \frac{3}{5} = \frac{10}{5} \Big/ \frac{3}{5} = \frac{10}{3} = 3\frac{1}{3}$

Potens

Uttrycket 4^3 kallas en *potens* där 4 är potensens *bas* och 3 är potensens *exponent*.

$4^3 = 4 \cdot 4 \cdot 4$

Tiopotens

Potenser med basen 10 kallas *tiopotenser*.

Till exempel:
Ett tusen = 1 000 = 10^3
En miljon = 1 000 000 = 10^6
En miljard = 1 000 000 000 = 10^9

Grundpotensform

När ett tal skrivs i *grundpotensform* är det skrivet med en tiopotens multiplicerad med ett tal mellan 1 och 10.

$34\,000 = 3{,}4 \cdot 10^4$

$12\,500\,000 = 1{,}25 \cdot 10^7$

Sammanfattning KAPITEL 2

Andel

andelen = $\frac{\text{delen}}{\text{det hela}}$

Andelen kan anges i *bråkform*, *procentform* och *decimalform*.

Procentform, bråkform och decimalform

$100\,\% = \frac{1}{1} = 1$ $\quad 50\,\% = \frac{1}{2} = 0{,}5$

$25\,\% = \frac{1}{4} = 0{,}25$ $\quad 20\,\% = \frac{1}{5} = 0{,}2$

$10\,\% = \frac{1}{10} = 0{,}1$ $\quad 1\,\% = \frac{1}{100} = 0{,}01$

Förändring – procent

Om ett pris sänks från 400 kr till 300 kr så är sänkningen (förändringen) 100 kr. För att räkna ut hur många procent det motsvarar så dividerar vi förändringen med värdet från början.

andelen = $\frac{\text{förändringen}}{\text{värdet från början}}$

Vi får då att sänkningen i procent är:

$\frac{100}{400} = 0{,}25 = 25\,\%$

Ränta

Om du sätter in pengar på ett konto, får du *ränta* av banken. Hur stor räntan blir beror på tre saker:

1. *kapitalet*, det vill säga hur mycket pengar som satts in på kontot
2. *räntesatsen*, det vill säga hur stor andel i procent som banken kommer att betala
3. *tiden*, det vill säga hur lång tid pengarna är insatta på kontot

Om tiden är 1 år så är:

räntan = räntesatsen · kapitalet

delen = andelen · det hela

Procent och procentenheter

Om till exempel en räntesats ökar från 2,5 % till 3,5 % så är ökningen (förändringen) 1 *procentenhet*. För att räkna ut hur många procent det motsvarar så dividerar vi förändringen med värdet från början.

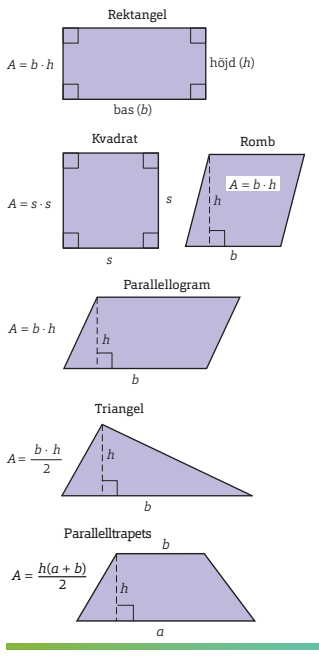
Ökningen i procent är:

$\frac{1}{2{,}5} = 0{,}4 = 40\,\%$

Sammanfattning KAPITEL 3

Månghörning Omkrets Area (Polygon)

Omkretsen av en *månghörning (polygon)* får man genom att addera alla sidornas längder. Ett områdes *area* (*A*) talar om hur stor yta området har.



Enheter för volym

1 m³ = 1 000 dm³
1 dm³ = 1 000 cm³
1 cm³ = 1 000 mm³

1 m³ = 1 000 liter
1 dm³ = 1 liter
1 cm³ = 1 ml

1 liter = 10 dl = 100 cl = 1 000 ml
1 dl = 10 cl = 100 ml
1 cl = 10 ml

Begränsningsarea

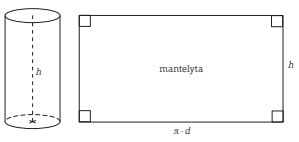
Med *begränsningsarea* menas hur stor den sammanlagda arean är runt en geometrisk kropp.

Mantelarea

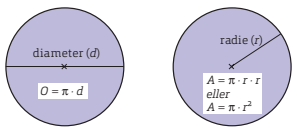
Vi tänker oss att vi klipper upp en cylinders *mantelyta* längs med höjden. Om vi sen vecklar ut mantelytan får vi en rektangel. Rektangelns bas är lika med basytans omkrets, *πd*. Rektangelns höjd är lika med cylinderns höjd, *h*.

Arean för mantelytan, *mantelarean*, hos en cylinder kan alltså beräknas med formeln:

$A = \pi \cdot d \cdot h$

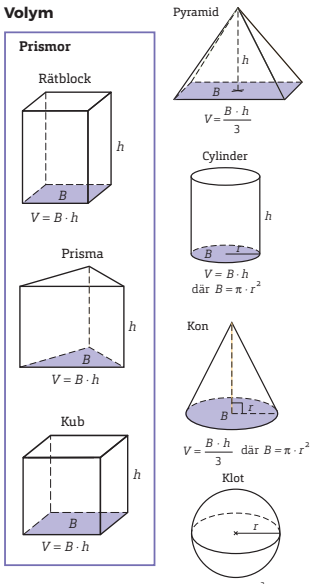


Cirkel



Volym

Prismor



Sammanfattning KAPITEL 4

Algebraiskt uttryck

Ett exempel på *algebraiskt uttryck* är $4x + 5$. I ett algebraiskt uttryck kan *variabeln* stå för många olika tal.

Teckna uttryck

Om bananer kostar 20 kr/kg och äpplen 10 kr/kg kan man teckna ett uttryck för hur mycket *x* kg bananer och *y* kg äpplen kostar på följande sätt:

$(20x + 10y)$ kr

Värdet av ett uttryck

Om vi i uttrycket $4x + 5$ ersätter *x* med 3 så får vi $4 \cdot 3 + 5 = 17$. Ersätter vi *x* med 10 får vi $4 \cdot 10 + 5 = 45$.

Vi har då beräknat *uttryckets värde* för $x = 3$ och $x = 10$.

Mönster

Talföljden

4 7 10 13 16 ...

är ett exempel på ett *mönster* som kan beskrivas med ett uttryck. Varje tal är 3 större än det föregående talet. *Differensen* är 3. Differensen ger *variabeltermen* $3n$.

Om vi i $3n$ sätter $n = 1$ får vi $3 \cdot 1 = 3$. För att få rätt tal, det vill säga 4, adderar vi med 1. Vår *sifferterm* är +1.

Genom att kombinera variabeltermen och siffertermen får vi uttrycket för det *n*:e talet till $3n + 1$.

Förenkling av uttryck

Ett uttryck kan ofta *förenklas*. Det innebär att termer av samma sort slås samman till en term. Här är ett exempel på en förenkling:

$3a + b - 2a + 4b = 3a - 2a + b + 4b = a + 5b$

Uttryck med parenteser

Om ett uttryck innehåller en eller flera parenteser gäller följande regler:

Om det står ett plustecken framför en parentes, kan den utan vidare tas bort.

$a + (b + c) = a + b + c$

$a + (b - c) = a + b - c$

Om det står ett minustecken framför en parentes, måste tecknen inuti parentesen ändras när den tas bort.

$a - (b + c) = a - b - c$

$a - (b - c) = a - b + c$

Multiplikation av en parentes

Om man ska multiplicera en parentes ska alla termer i parentesen multipliceras med faktorn framför parentesen.

$a(b + c) = ab + ac$

Potenser

Uttrycket $x \cdot x$ kan vi som *potens* skriva x^2.

I den här potensen är *x* potensens *bas* och 2 är potensens *exponent*.

Ekvation

En *ekvation* är en likhet som innehåller ett *obekant tal*. I en ekvation är *vänster led* (V.L.) lika med *höger led* (H.L.). Man säger att ekvationen är löst när man räknat ut det tal som gör att vänster led är lika med höger led.

En ekvation kan lösas med olika metoder. En sådan är *balansmetoden*.

EXEMPEL:

Lös ekvationen $8x + 14 = 62$.

$8x + 14 = 62$
$8x + 14 - 14 = 62 - 14$
$8x = 48$
$\frac{8x}{8} = \frac{48}{8}$
$x = 6$

Prövning

Man kan alltid pröva om man löst en ekvation rätt. Man sätter då in det svar man fått istället för det obekanta talet i ekvationen. Om man får samma värde i vänster led och höger led har man löst ekvationen rätt.

EXEMPEL:

Pröva om $y = 4$ är lösning till ekvationen $5y - 11 = 2y + 1$.

V.L. = $5 \cdot 4 - 11 = 9$

H.L. = $2 \cdot 4 + 1 = 9$

V.L. = H.L.

Alltså är $y = 4$ en lösning till ekvationen.

Sammanfattning KAPITEL 5

Sannolikhet

Sannolikheten (*P*) för en händelse kan anges i bråkform, decimalform och procentform.

Sannolikheten för en händelse =
$= \frac{\text{antalet gynnsamma utfall}}{\text{antalet möjliga utfall}}$

Sannolikhet i flera steg

Sannolikheten för två, eller flera, händelser efter varandra får man genom att multiplicera sannolikheten för de olika händelserna. Om vi till exempel kastar en tärning så är sannolikheten att få två 4:or:

$\frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{36}$

När det finns flera sätt en händelse kan inträffa på ska sannolikheterna adderas. Det kan till exempel vara när man vill veta sannolikheten att det blir en 1:a och en 2:a när två tärningar kastas.

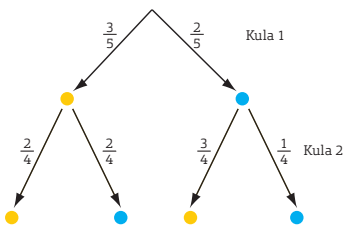
Sannolikheten att den första tärningen visar en 1:a och den andra en 2:a är $\frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6}$.

Sannolikheten att den första tärningen visar en 2:a och den andra en 1:a är också $\frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6}$.

Sannolikheten för att det ska bli en 1:a och en 2:a är alltså $\frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} + \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{2}{36} = \frac{1}{18}$.

Träddiagram

Händelser i flera steg kan åskådliggöras i ett *träddiagram*.



Vi tar först upp en kula och sedan en till utan att lägga tillbaka den första. Träddiagrammet visar sannolikheterna för de olika utfallen.

Oberoende och beroende händelser

Om vi kastar två tärningar så är inte resultatet på den ena tärningen beroende av resultatet på den andra. Vi säger att händelserna är *oberoende* av varandra.

Om vi ur en påse med 3 svarta och 2 gröna kulor tar upp två kulor, så är sannolikheten för färgen på den andra kulan beroende av färgen på den första. Vi säger att händelserna är *beroende* av varandra.

Med eller utan återläggning

När vi ur en skål tar en kula, lägger tillbaka den och sen tar en kula till, kallas det för *dragning med återläggning*. Dragning med återläggning är oberoende händelser.

Om vi tar upp en kula och sen en till utan att lägga tillbaka den första, kallas det för *dragning utan återläggning*. Dragning utan återläggning är beroende händelser.

Kombinatorik

Den matematik som handlar om att beräkna antalet möjliga kombinationer kallas för *kombinatorik*.

Antag att vi vill räkna ut hur många fyrsiffriga tal vi kan bilda med siffrorna 1–4.

Om de fyra siffrorna får förekomma flera gånger blir antalet kombinationer $4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 = 256$.

Om alla siffror ska vara olika så blir antalet kombinationer $4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$.

Frekvens och relativ frekvens

Ett statistiskt material kan åskådliggöras i en *frekvenstabell*. I en sådan kan man avläsa *frekvensen* och ibland också den *relativa frekvensen*. Den relativa frekvensen anges ofta i procentform.

Betyg x	Frekvens f	Relativ frekvens f/n
1	1	1/20 = 5 %
2	3	3/20 = 15 %
3	5	5/20 = 25 %
4	8	8/20 = 40 %
5	3	3/20 = 15 %
	$n = 20$	S:a = 100 %

Lägesmått

Typvärdet är det värde som förekommer flest gånger i en undersökning.

Medelvärdet får vi om vi adderar alla värden och sen dividerar med antalet värden.

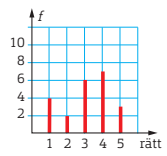
Medianen är det värde som hamnar i mitten om värdena skrivs i storleksordning.

Variationsbredd

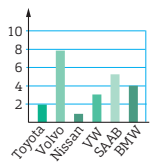
Differensen mellan det största och det minsta värdet kallas *variationsbredd*.

Diagram

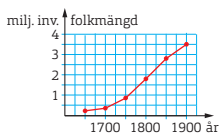
Stolpdiagram



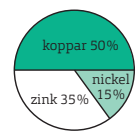
Stapeldiagram



Linjediagram



Cirkeldiagram



© FÖRFATTARNA OCH LIBER AB. FÅR KOPIERAS.