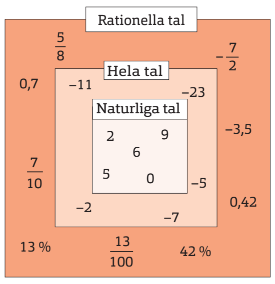
Sammanfattning KAPITEL 1

Olika sorters tal



N = naturliga tal
Z = hela tal
Q = rationella tal
R = reella tal

Irrationella tal är tal som inte kan skrivas i bråkform.
Exempel på irrationella tal är π och $\sqrt{3}$.

Bråkräkning

Addition
Gör om till MGN.

$$\frac{2}{3}+\frac{1}{9}=\frac{6}{9}+\frac{1}{9}=\frac{7}{9}$$

MGN: 9

Subtraktion
Gör om till MGN.

$$\frac{3}{4}-\frac{1}{3}=\frac{9}{12}-\frac{4}{12}=\frac{5}{12}$$

MGN: 12

Multiplikation
Multiplicera täljare med täljare och nämnare med nämnare.

$$\frac{3}{5}\cdot\frac{1}{2}=\frac{3\cdot 1}{5\cdot 2}=\frac{3}{10}$$

Division
Gör om till MGN.

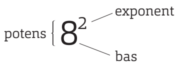
$$\frac{5}{6}\Big/\frac{2}{3}=\frac{5}{6}\Big/\frac{4}{6}=\frac{5}{4}=1\frac{1}{4}$$

MGN: 6

Räkning med negativa tal

$a+(-b)=a-b$	$6+(-2)=6-2=4$
$(-a)+(-b)=-a-b$	$(-6)+(-2)=-6-2=-8$
$a-(-b)=a+b$	$6-(-2)=6+2=8$
$(-a)-(-b)=-a+b$	$(-6)-(-2)=-6+2=-4$
$a\cdot(-b)=-ab$	$6\cdot(-2)=-12$
$(-a)\cdot b=-ab$	$(-6)\cdot 2=-12$
$(-a)\cdot(-b)=ab$	$(-6)\cdot(-2)=12$
$\frac{a}{-b}=-\frac{a}{b}$	$\frac{6}{-2}=-3$
$\frac{-a}{b}=-\frac{a}{b}$	$\frac{-6}{2}=-3$
$\frac{-a}{-b}=\frac{a}{b}$	$\frac{-6}{-2}=3$

Potenser



Tiopotenser

Potenser med basen 10 kallas *tiopotenser*.

$10\,000 = 10^4$ $\quad 0{,}001 = 10^{-3}$

Multiplikation och division av potenser

När man multiplicerar potenser med samma bas adderar man exponenterna.

$10^3\cdot 10^4 = 10^{3+4} = 10^7$
$5^{-6}\cdot 5^2 = 5^{-6+2} = 5^{-4}$

När man dividerar potenser med samma bas subtraherar man exponenterna.

$$\frac{10^8}{10^3} = 10^{8-3} = 10^5$$

$$\frac{2^3}{2^5} = 2^{3-5} = 2^{-2}$$

Grundpotensform

När ett tal skrivs i *grundpotensform* är det skrivet som ett tal mellan 1 och 10 multiplicerat med en tiopotens.

$34\,000 = 3{,}4\cdot 10\,000 = 3{,}4\cdot 10^4$

$0{,}0065 = 6{,}5\cdot 0{,}001 = 6{,}5\cdot 10^{-3}$

Kvadratrot

Eftersom $6\cdot 6 = 36$ så är *kvadratroten* ur 36 lika med 6.

Det skrivs så här: $\sqrt{36} = 6$

Multiplikation och division av kvadratrötter

$\left(\sqrt{a}\right)^2=\sqrt{a}\cdot\sqrt{a}=a$	$\sqrt{5}\cdot\sqrt{5}=5$
$\sqrt{a}\cdot\sqrt{b}=\sqrt{a\cdot b}$	$\sqrt{2}\cdot\sqrt{8}=\sqrt{2\cdot 8}=\sqrt{16}=4$
$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}=\sqrt{\frac{a}{b}}$	$\frac{\sqrt{50}}{\sqrt{2}}=\sqrt{\frac{50}{2}}=\sqrt{25}=5$

Sammanfattning KAPITEL 2

Andel

Vi beräknar *andelen* genom att dividera *delen* med *det hela*. Om till exempel 6 av 20 apelsiner är ruttna beräknar du andelen ruttna apelsiner så här:

$$\text{andelen} = \frac{\text{delen}}{\text{det hela}} = \frac{6}{20} = \frac{6\cdot 5}{20\cdot 5} = \frac{30}{100} = 30\,\%$$

Procent – procentenheter

En ökning från 2,5 % till 3,5 % innebär en ökning med 1 procentenhet (3,5 – 2,5 = 1,0). Ökningen i procent är:

$$\text{andelen} = \frac{\text{förändringen}}{\text{värdet från början}} = \frac{1}{2{,}5} = 0{,}4 = 40\,\%$$

Promille

En promille är lika med en tusendel och skrivs med tecknet ‰.

$$1\,‰ = \frac{1}{1000} = 0{,}001$$

Förändringsfaktor

Antag att en cykel kostar 3 500 kr. Om priset sänks med 20 % så får man betala 80 % av det gamla priset. Det nya priset får vi genom att multiplicera *förändringsfaktorn* 0,8 med värdet från början.

Allmänt gäller:

nya värdet = förändringsfaktorn · värdet från början

Nya priset: 0,8 · 3 500 kr = 2 800 kr

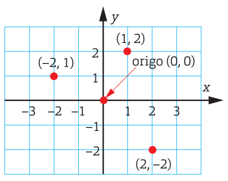
Vid en hyreshöjning på till exempel 5 % får vi nya hyran genom att multiplicera förändringsfaktorn 1,05 med hyran från början.

Om hyran från början var 4 800 kr så blir den nya hyran:

1,05 · 4 800 kr = 5 040 kr

Koordinatsystem

Ett *koordinatsystem* består av två tallinjer som skär varandra. De båda tallinjerna, *koordinataxlarna*, kallas *x-axel* och *y-axel*. Den punkt där *x*-axel och *y*-axel skär varandra kallas *origo*.

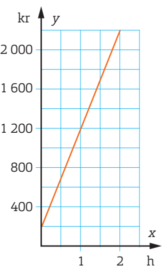


Funktion

En *funktion* är ett samband mellan olika *variabler*. Till exempel är kostnaden (y) för att anlita en elektriker en funktion av antalet timmar (x) som elektrikern arbetar. Om den *fasta kostnaden* är 200 kr och den *rörliga kostnaden* 1 000 kr per timme så kan den sammanlagda kostnaden tecknas som $y = 1\,000x + 200$.

Kostnaden (y) kallas i det här fallet för den *beroende variabeln* och antalet timmar (x) för den *oberoende variabeln*.

En funktion kan avbildas som en *graf*. I exemplet med elektrikern är grafen rät. Det är en *linjär funktion*.



Linjära funktioner

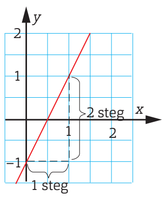
En funktion skrivs ofta som en *formel*, till exempel så här: $y = 2x - 1$

Allmänt skrivs en linjär funktion $y = kx + m$, där k och m är konstanter, alltså bestämda tal, medan x och y är variabler.

Formeln för linjära funktioner kallas ofta för *räta linjens ekvation*.

I funktionen anger m skärningspunkten med y-axeln. Grafens lutning avgörs av värdet på k, som kallas *riktningskoefficient*. Funktionen $y = 2x - 1$ har riktningskoefficienten 2 och skär y-axeln i punkten (0, –1).

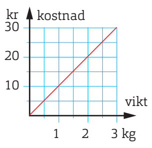
Om linjen lutar upp åt höger är den *stigande* och om den lutar ned åt höger är den *fallande*. Stigande linjer har ett positivt k-värde och fallande linjer ett negativt k-värde.



Proportionalitet

Om du köper till exempel äpplen så är kostnaden *proportionell* mot antalet kilogram. Det innebär att du får betala lika mycket för varje kilogram oavsett hur många kilogram du köper.

Grafen till en *proportionalitet* är alltid rät och går genom origo eller börjar i origo.



Sammanfattning KAPITEL 3

Mönster

Talföljden

5 9 13 17 21…

är ett exempel på ett *mönster*. Varje tal är 4 större än det föregående talet. *Differensen* är 4. Differensen ger *variabeltermen* $4n$.

Om vi i $4n$ sätter $n = 1$ får vi $4\cdot 1 = 4$. För att få det första talet, det vill säga 5, adderar vi med 1. Vår *sifferterm* är +1.

Genom att kombinera variabeltermen och siffertermen kan vi teckna uttrycket för det n:e talet: $4n + 1$

Förenkling av uttryck

Ett uttryck kan ofta *förenklas*. Det innebär att termer av samma sort slås samman till en term.

Till exempel kan uttrycket $3a + b - 2a + 4b$ förenklas till $a + 5b$.

Uttryck med parenteser

Om ett uttryck innehåller en eller flera parenteser gäller följande regler:

Om det står ett plustecken framför en parentes, kan den utan vidare tas bort.

$a + (b + c) = a + b + c$ $\qquad a + (b - c) = a + b - c$

Om det står ett minustecken framför en parentes, måste tecknen inuti parentesen ändras när den tas bort.

$a - (b + c) = a - b - c$ $\qquad a - (b - c) = a - b + c$

Multiplikation med en parentes

Om man ska multiplicera en faktor med en parentes ska faktorn multipliceras med alla termer i parentesen.

$$a(b + c) = a(b + c) = ab + ac$$

Multiplikation av parenteser

När man ska multiplicera två parenteser med varandra gör man så här:

$$(a + b)(c + d) = (a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd$$

$$(a + b)(c - d) = (a + b)(c - d) = ac - ad + bc - bd$$

$$(a - b)(c + d) = (a - b)(c + d) = ac + ad - bc - bd$$

$$(a - b)(c - d) = (a - b)(c - d) = ac - ad - bc + bd$$

Ekvation

En *ekvation* är en likhet som innehåller ett eller flera *obekanta tal*. I en ekvation är *vänster led* (V.L.) lika med *höger led* (H.L.).

Man säger att ekvationen är *löst* när man tagit reda på det *obekanta tal* som gör att vänster led är lika med höger led.

En ekvation kan lösas med olika metoder, till exempel *balansmetoden*.

Proportion

Emma har 2 tiokronor och 6 femkronor.

Proportionen mellan antalet tiokronor och femkronor är $\frac{2}{6}$.

Om vi förkortar bråket med 2 får vi $\frac{2/2}{6/2} = \frac{1}{3}$.

Vi har då skrivit proportionen i *enklaste form*.

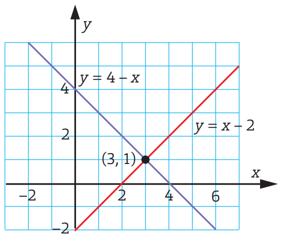
Ett annat sätt att skriva proportionen mellan antalet tiokronor och femkronor är 1 : 3. Vi säger att proportionen är ”ett till tre”.

Ytterligare ett sätt att uttrycka det är att säga att antalet tiokronor *förhåller sig* till antalet femkronor som 1 : 3.

Man kan också kasta om ordningen och säga att proportionen mellan antalet femkronor och tiokronor är $\frac{6}{2} = \frac{3}{1} = 3 : 1$.

Ekvationssystem

Ett *ekvationssystem* består av minst två ekvationer och kan lösas med *grafisk metod* eller *algebraisk metod*. Ett exempel på en algebraisk metod är *ersättningsmetoden*.



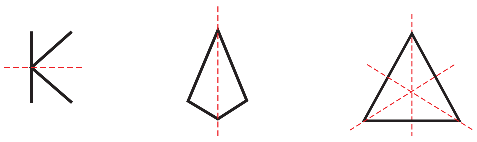
De två linjerna har ekvationerna $y = 4 - x$ och $y = x - 2$.
Linjernas skärningspunkt är (3, 1).

Ekvationssystemet $\begin{cases} y = 4 - x \\ y = x - 2 \end{cases}$ har därför lösningen $\begin{cases} x = 3 \\ y = 1 \end{cases}$.

Sammanfattning KAPITEL 4

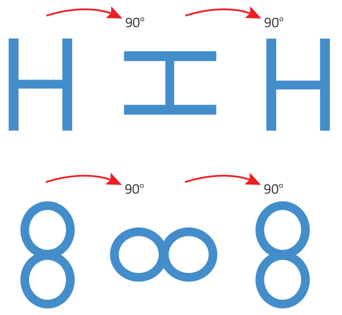
Spegelsymmetri

Om en figur har en eller flera *symmetrilinjer* har den *spegelsymmetri*. I figurerna är symmetrilinjerna streckade.



Rotationssymmetri

Om en figur behöver rotera ett halvt varv eller mindre, för att samma bild ska återkomma, säger man att figuren har *rotationssymmetri*.



Ekvationer med nämnare

$$\frac{x}{4} + \frac{x}{5} = 4{,}5 \qquad \text{MGN: 20}$$

$$\frac{20\cdot x}{4} + \frac{20\cdot x}{5} = 20\cdot 4{,}5$$

$$5x + 4x = 90$$

$$9x = 90$$

$$x = 10$$

Skala

$$\text{längdskalan} = \frac{\text{sträckan på bilden}}{\text{sträckan i verkligheten}}$$

$$\text{areaskalan} = \frac{\text{arean på bilden}}{\text{arean i verkligheten}}$$

areaskalan = $(\text{längdskalan})^2$

$$\text{volymskalan} = \frac{\text{volymen på bilden}}{\text{volymen i verkligheten}}$$

volymskalan = $(\text{längdskalan})^3$

Likformighet

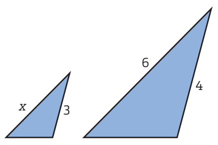
Figurerna är *likformiga*. Det ger att $\frac{x}{6} = \frac{3}{4}$.

Ekvationen löses med *korsmultiplikation*.

$$\frac{x}{6} = \frac{3}{4}$$

$4\cdot x = 6\cdot 3$

$x = 4{,}5$

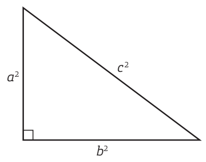


Pythagoras sats

I en rätvinklig triangel är summan av kvadraterna på *kateternas* längder lika med kvadraten på *hypotenusans* längd.

$a^2 + b^2 = c^2$

Omvänt gäller att en triangel är rätvinklig om summan av kvadraterna på två sidors längder är lika med kvadraten på den tredje sidans längd.



Liber

MATEMATIK Z

MATEMATIK Z GRUNDBOK SAMMANFATTNINGAR.

WWW.LIBER.SE