Andragradsekvationer

Ekvationen $x^2 = 36$ är ett exempel på en *andragradsekvation.* Den ekvationen har två lösningar eftersom det är två tal som är lika med 36 när de *kvadreras*. Lösningarna är $x = 6$ och $x = –6$ eftersom $6 \cdot 6 = 36$ och $(–6) \cdot (–6) = 36$. Vi skriver att ekvationens lösning är $x = \pm 6$ eller $x_1 = 6$ och $x_2 = –6$.

Exempel

Lös ekvationerna.

a) $x^2 + 7 = 56$ b) $x^2 + 4^2 = 7^2$ c) $(x – 4)^2 = 25$

a) $x^2 + 7 = 56$

$x^2 + 7 - 7 = 56 - 7$

$x^2 = 49$

$x = \pm 7$

$x_1 = 7,\ x_2 = -7$

Ekvationen har två lösningar eftersom $7 \cdot 7 = 49$ och $(–7) \cdot (–7) = 49$.

b) $x^2 + 4^2 = 7^2$

$x^2 + 16 = 49$

$x^2 + 16 - 16 = 49 - 16$

$x^2 = 33$

$x = \pm\sqrt{33}$

$x_1 = \sqrt{33},\ x_2 = -\sqrt{33}$

Talet 33 är inget *kvadrattal*. Lösningen skrivs därför som en kvadratrot.

c) $(x - 4)^2 = 25$

$x - 4 = \pm 5$

$x_1 - 4 = 5,\ x_2 - 4 = -5$

$x_1 = 9,\ x_2 = -1$

Eftersom 5^2 och $(–5)^2 = 25$ så är parentesens värde lika med 5.

Svar: a) $x_1 = 7,\ x_2 = -7$ b) $x_1 = 7,\ x_2 = -7$ c) $x_1 = 9,\ x_2 = -1$

Lös ekvationerna.

1 a) $x^2 = 9$ b) $x^2 = 81$ c) $x^2 + 2 = 51$

2 a) $x^2 = 2$ b) $10 = x^2 + 5$ c) $x^2 - 11 = 2$

3 a) $x^2 + 11 = 12$ b) $x^2 + 3^2 = 5^2$ c) $200 = 2x^2$

4 a) $\frac{x^2}{2} = 32$ b) $3x^2 - 8 = 19$ c) $3 = \frac{x^2}{3} + 1$

5 ”Jag tänker på ett tal och kvadrerar det. Det tal jag då får adderar jag med 21 och får då summan 70.” Vilket tal tänker jag på?

Lös ekvationerna.

6 a) $x^2 + 12^2 = 13^2$ b) $\frac{5x^2}{4} = 10$ c) $5 = \frac{3x^2}{8} - 1$

7 a) $(x - 2)^2 = 16$ b) $(x + 5)^2 = 49$ c) $9 = (x - 7)^2$

8 a) $(2x + 7)^2 = 81$ b) $3(x - 2)^2 = 3$ c) $4(2x - 1)^2 = 64$

9 a) Ekvationen $(x - 8)(x + 3) = 0$ har lösningen $x_1 = 8$ och $x_2 = -3$. Hur kan man se det utan att lösa ekvationen på vanligt sätt?

b) Lös ekvationen $(x + 4)(2x - 1) = 0$

Facit

1 a) $x_1 = 3$, $x_2 = –3$

b) $x_1 = 9$, $x_2 = –9$

c) $x_1 = 7$, $x_2 = –7$

2 a) $x_1 = \sqrt{2}$, $x_2 = -\sqrt{2}$

b) $x_1 = \sqrt{5}$, $x_2 = -\sqrt{5}$

c) $x_1 = \sqrt{13}$, $x_2 = -\sqrt{13}$

3 a) $x_1 = 1$, $x_2 = –1$

b) $x_1 = 4$, $x_2 = –4$

c) $x_1 = 10$, $x_2 = –10$

4 a) $x_1 = 8$, $x_2 = –8$

b) $x_1 = 3$, $x_2 = –3$

c) $x_1 = \sqrt{6}$, $x_2 = -\sqrt{6}$

5 7 eller –7

6 a) $x_1 = 5$, $x_2 = –5$

b) $x_1 = \sqrt{8}$, $x_2 = -\sqrt{8}$

c) $x_1 = 4$, $x_2 = –4$

7 a) $x_1 = 6$, $x_2 = –2$

b) $x_1 = 2$, $x_2 = –12$

c) $x_1 = 10$, $x_2 = 4$

8 a) $x_1 = 1$, $x_2 = –8$

b) $x_1 = 3$, $x_2 = 1$

c) $x_1 = 2{,}5$, $x_2 = –1{,}5$

9 a) Om man sätter in $x = 8$ i första parentesen så är dess värde 0.
Om man sätter in $x = –3$ i andra parentesen så är dess värde 0.
En multiplikation med 0 ger produkten 0.

b) $x_1 = –4$, $x_2 = 0{,}5$